УДК 531:536.66
МРНТИ 27.35.31: 30.19.25,27,29,51,55,57

РАСПРОСТРАНЕНИЕ ВОЛН ПОД ВОЗДЕЙСТВИЕМ ПОДВИЖНОЙ НАГРУЗКИ НА СЛОЕ ГРУНТА С ОСНОВАНИЕМ*

Айдосов Аллаярбек[1], Айдосов Галым Аллаярбекович[2],
Нарбаева Салтанат Муратбековна[3]

[1]РГП на ПВХ «Институт информационных и вычислительных технологий» КН МОН РК. г. Алматы, Казахстан, allayarbek@mail.ru
[2]КазМунайГаз Аймак, г. Нур-Султан, Казахстан, galym.aidossov@gmail.com
[3] Казахский национальный университет им. аль-Фараби, г. Алматы, Казахстан, narbaevasalta777@gmail.com
[1]ORCID ID: https://orcid.org/0000-0003-2498-4035
[2]ORCID ID: https://orcid.org/0000-0001-6049-4346
[3]ORCID ID: https://orcid.org/0000-0001-5230-3781

Аннотация. Рассматривается задача разработки математических моделей волновое распределение с основанием под воздействием подвижной нагрузки в слое мягкого грунта.

Грунт моделируется идеальной нелинейно сжимаемый и необратимой разгрузкой средой, в которой зависимость между давлением и объемной деформацией при нагружении и в процессе разгрузки среды является линейной и необратимой.

Нагрузка приложена к верхней поверхности слоя и движется со сверх сейсмической скоростью. Рассматривается задача о воздействии подвижной нагрузки на двухслойную среду, состоящую из мягкого слоя грунта и упругоподатливой прокладки с разными толщинами и плотностями. Решение задачи построено аналитически как обратным, так прямым способами. В настоящей задаче срединная плоскость отсутствует. Поэтому в качестве искомых величин рассматривается смещения и деформации точек плоскости, которая при определённых условиях переходит в срединную плоскость слоя. При исследовании волновых процессов в деформируемых средах или при решении задач взаимодействия слоя с деформируемым основанием используется методы математической физики.

Ключевые слова: Математические модели, распространение, пластическая волна, аналитическое решение, фронт волны, идеальная жидкость, линейная сжимаемость, необратимая разгрузка. уравнение движение, неразрывность, состояния среды.

Введение

Анализ современного этапа развития механики выявлены, что в мире широко используется математические методы для проведенния научных исследований относящихся к теме. Практика выдвигает на передний план задачи многовариантных исследований двумерных и трехмерных систем, адекватное решение которых иногда возможно только путем математического моделирования. Как правило, найти замкнутое аналитическое решение для большинства проблем не представляется возможным, а экспериментальные исследования часто оказываются трудоемкими и опасными процессами [1].

Во второй половине 20-го века, относящие к 1950-1990 годы имеется множество работ, посвященных проблеме распространения волн в среде с деформируемом основанием. Анализ показывает, во-первых, что в большинстве этих работ исследования проводились для расчета линейных задач на прочность строительных конструкций с упругим основанием; во-вторых, в большинстве работ расчет элементов строительных конструкций рассматривался без влияния использования упруго-пластического основания. На основании анализа исследованных работ возникает потребность в разработке математические модели распространение волны на слое грунта со свойством нелинейно－сжимаемый и необратимой разгрузкой на упругом, упруго-пластическом и вязком основании с учетом влияния температуры элементов конструкций и их основания [2]. Поэтому проблема, исследуемая в работе, учитывающая вышеперечисленные недостатки, является важной и актуальной.

Данная работа посвящена на постановке и разработке математической модели распространение волны в нелинейно – сжимаемой и необратимой разгрузкой полосе, лежащей на упругоподатливой основании. В качестве искомых величин рассматривается смещения и деформации точек плоскости, которая при определённых условиях переходит в срединную плоскость слоя [3]. При исследовании волновых процессов в деформируемых средах или при решении задач взаимодействия слоя с деформируемым основанием используется методы математической физики [4].

Анализ литературных данных и постановка проблемы

Исседованы ддинамические нагрузки возникающие в случаях, когда имеют место соударения частей работающих машин или их ударное действие на объекты производства (например, удар батана по нити в текстильных машинах, удары пневмо-молота по природе, в авиации и ракетной технике ими являются нерегулярно-циклические нагрузки, обусловленные действиями ударных волн и порывов ветра; в гражданском, промышленном, гидротехническом строительстве – сейсмические и всевозможные взрывные нагрузки; с последними часто приходится иметь дело в горных разработках и т.д. [5], [6].

Анализ исследовательских работ в данном направления в дальнем и ближнем зарубежья за последнее время по 2021 года показывают, что рассмотрены распространения волн в деформируемых слоистыхсредах под действием интенсивных нагрузок и проведены исследования в следующих направлениях [7,9-30]: экспериментальное исследование деформируемости, распространения ультразвуковых волн и акустической эмиссии каменной соли при трехосном сжатии; распространение естественных волн на многослойном вязкоупругом цилиндрическом теле, содержащем поверхность ослабленного механического контакта; моделирование распространения упругих волн при разведочном бурении на острове искусственного льда; вариационный принцип и распространение плоских волн в термоупругой среде с двойной пористостью по теории Лорда-Шульмана; влияние тепловых нагрузок на анализ распространения волн многомасштабных гибридных композитных балок; уединенные волны в деформируемых по степенях каналах с ламинарным или турбулентным потоком жидкости; анализ распространения волн интеллектуальных наноструктур; исследование распространения поперечных волн через параллельные стыки горных пород при напряжении на месте; влияние магнитного поля на термическое распространение акустических волн во вращающихся двухлучевых системах; математическое моделирование волны Стоунли в трансверсально-изотропной термоупругой среде; распространение косой поперечной волны в конечно деформируемых слоистых композитах; параметрическая оценка дисперсных вязкоупругих слоистых сред применительно к мониторингу состояния конструкций; пассивный контроль распространения трехмерных волн с помощью функционально градиентного слоя; теоретическая модель распространения акустической волны на мелководье; трехмерное моделирование влияния выпуклости на управление распространением нелинейных волн напряжений, вызванных взрывной нагрузкой; аналитическое исследование распространения волны Лява в функционально-градиентных средах с электродной границей и резко утолщенной несовершенной границей раздела; микроскопические неустойчивости и распространение упругих волн в конечно деформируемых слоистых материалах со сжимаемыми гиперупругими фазами; термомеханическое поведение многослойных сред на основе модели Лорда-Шульмана; распространение наклонных гравитационных волн во время внезапных стратосферных потеплений; распространение SH-волн в двух анизотропных слоях, связанных с изотропным полупространством под действием силы тяжести; трехмерное численное моделирование горения метана и воздуха в инертных пористых средах в масштабе пор в условиях распространения волны горения в среде вверх и вниз по потоку; механизмы зарождения микротрещин в нержавеющей стали 316LN при синфазном термомеханическом усталостном нагружении; влияние мелких дефектов на усталостную прочность мартенситных нержавеющих сталей.

Все сказанное позволяет утверждать, что было целесообразным провести исследования по разработке математические модели напряженно-деформационного состояния материала с деформируемым основанием при динамической нагрузке.

Цель и задачи исследования

Целью данной работы является исследование, разработка математических моделей воздействия подвижной нагрузки на слой грунта конечной толщины, лежащей на горизонтальном упругоподатливой основании.

Грунт моделируется идеальной нелинейно ─ сжимаемый и необратимой разгрузкой средой, в

которой зависимость между давлением и объемной деформацией при нагружении и в процессе разгрузки среды является линейной и необратимой.

В рамках сформулированной цели ставятся и решаются следующие задачи:

– разработка математической модели распространение волны в нелинейно ─ сжимаемой и необратимой разгрузкой полосе, лежащей на упругоподатливой основании.

Материалы и методы исследований

Для решения исследовательских задач применяются методы математической физики с использованием законы сохранения количества движения, энергии, неразрывности, массы, начальные и граничные условия, разработка математической модели воздействия подвижной нагрузки на слой грунта конечной толщины, лежащей на горизонтальном упругоподатливой основании и разработка математической модели распространение волны в нелинейно ─ сжимаемой и необратимой разгрузкой полосе, лежащей на упругоподатливой основании

При решении волновых задач для деформируемых сред, описываемых уравнениями движения или для вязкоупругих сред, или при решении задач упругих (вязкоупругих) тело, поведения которых описывается уравнениями в частных производных четвертого или более высокого порядка. построения общих решений уравнений движения представляет трудную математическую задачу, причем эта сложность усугубляется различного вида граничными условиями. Нами получены решение задачи на основе классической приближенной теории воздействия подвижной нагрузки на слой грунта конечной толщины с деформируемым основанием.

Результаты исследований

Постановка и решение задачи разработка математической модели распространение волны в нелинейно ─ сжимаемой и необратимой разгрузкой полосе, лежащей на упругоподатливой основании. Рассматривается плоская задача о распространении пластической волны в двухслойной среде с плоскопараллельной границей раздела при воздействии интенсивной нагрузки спадающего профиля, перемещающейся вдоль ее верхней границы с постоянной сверх сейсмической скоростью D.

Двухслойная среда состоит из мягкого слоя грунта толщиной h с упруго-податливым деформируемым основанием. Грунт моделируется неупругой идеальной средой с линейной сжимаемостью и линейной необратимой разгрузкой. Следовательно, сопротивлением среды к сдвиговым усилиям пренебрегается.

Согласно данной постановке исследовано влияние деформируемости основания и профиля нагрузки на распределение динамических параметров слоя и контактной поверхности. Сравниваются результаты числового расчета с результатами акустического слоя и слоя жестким основанием. Решение задачи построено в рядах, доказана их сходимость.

Пусть по верхней границе слоя с упругим основанием движется монотонно убывающая нормальная нагрузка со скоростью *D*, превосходящая скорость распространения волн. Материал слоя обладает таким свойством, что при нагружении и разгрузке связь между давлением P и объемной деформацией ε линейна и необратима, угол наклона E_2 ветви разгрузки диаграммы $P \sim \varepsilon$ превышает угол наклона E_1 ветви нагружении, т.е. $E_1 < E_2$.

Под действием вышеуказанной нагрузки в слое сначала распространяется волна сжатия Σ_1, которая достигается контактной линии сред побуждает в слое отраженную пластическую волну Σ_2, а во второй среде систему упругих (продольной и поперечной) волн Σ_a и Σ_b. При $E_1 < E_2$ скорость распространения характеристики *АД* больше, чем скорость фронта Σ_2, следовательно, как в предыдущем разделе, возникают области 2, 3, 4, и т.д. На системе Σ_a и Σ_b материал слоя мгновенно нагружается, а затем областях 1, 2, 3, среда разгружается. Учитывая, что решение задачи в областях 1 и 2 было получено, ниже предлагается решение задачи только в областях 3 слоя и $a,\ b$ упругой полуплоскости. Для совместной задачи области 3, $a,\ b$ имеет место $f_2'\left(\dfrac{(1+\mu tg\alpha)}{tg\alpha}h\right) = \dfrac{P_0}{\rho_0 D}\sum_{n=1}^{\infty}\lambda^{-\lambda^{n+1}\frac{(1+\mu tg\alpha)}{tg\alpha}}$ и уравнения для потенциалов перемещения Φ, $\bar{\Psi}$ упругой полуплоскости[1-6]

$$\mu_1^2 \frac{\partial^2\Phi}{\partial\xi^2} = \frac{\partial^2\Phi}{\partial\eta^2} \qquad , \mu_2^2 \frac{\partial^2\Psi}{\partial\xi^2} = \frac{\partial^2\Psi}{\partial\eta^2}, \tag{1}$$

$$\mu_1^2 = \left(\frac{D}{a_0}\right) - 1, \quad \mu_2^2 = \left(\frac{D}{b_0}\right) - 1, \quad a_0^2 = \frac{\lambda + 2G}{\rho_0}, \quad b_0^2 = \frac{G}{\rho_0}\cdot$$

и по формуле Даламбера их решения представляется в виде

$$\begin{aligned} &\varphi(\xi,\eta) = f_3(\xi - \mu\eta) + f_4(\xi + \mu\eta), \quad \Phi(\xi,\eta) = F_3(\xi - \mu_1\eta), \\ &\Psi(\xi,\eta) = F_2(\xi - \mu_2\eta) \end{aligned}. \tag{2}$$

где $\rho_{02}, \lambda, G -$ начальная плотность и коэффициенты Ламе упругой среды.

Граничные условия данной задачи следующие:

на фронте отраженной волны при $\eta + \xi tg\alpha = 2h$

$$tg\alpha\left(\vartheta_3^* - \vartheta_2^*\right) = u_3^* - u_2^*, \tag{3}$$

на контакте *AE* двух сред при $\eta = h, \quad \xi \geq \dfrac{h}{tg\alpha}$

$$\sigma_{\xi\eta} = 0, \quad D\left(\frac{\partial^2\Phi}{\partial\xi\partial\eta} + \frac{\partial^2\Psi}{\partial\xi^2}\right) = \frac{\partial\varphi}{\partial\xi}, \quad P = -\sigma_{\eta\eta}. \tag{4}$$

Здесь $\sigma_{\xi\eta}, \sigma_{\eta\eta} -$ компоненты напряжения в упругой среде. Для нахождения функции $f_4'(t)$ из (3) и (4) с учетом (2) получаем функциональное уравнение[1,5-10]

$$f_4'(\xi) - \lambda_1 f_4'(\lambda_0\xi + 2\mu h) = -\frac{\lambda_1}{\lambda_0}G_1(\xi), \tag{5}$$

где

$$G_1(\xi) = f_1'(\xi - 2\mu h) + \lambda_0 f_2'(\lambda_0 \xi + 2\mu h),$$

$$A(\lambda, G) = -\left[\lambda \frac{(\mu_1^2+1)(\mu_2^2-1)}{2\mu_1} + 2G\left(\frac{\mu_1(\mu_2^2-1)}{2} + \mu_2\right)\right],$$

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = -\frac{A(\lambda,G) + \dfrac{\rho_0 D^2}{\mu}\left(1 + \dfrac{\mu_2^2-1}{2}\right)}{A(\lambda,G) - \dfrac{\rho_0 D^2}{\mu}\left(1 + \dfrac{\mu_2^2-1}{2}\right)}.$$

Решение уравнения (5) построено методом последовательных приближений. В самом деле, принимая за нулевое приближение

$$f_{40}'(\xi) = -\frac{\lambda_1}{\lambda_0} G_1(\xi).$$

для первого приближения имеем

$$f_{40}'(\xi) = -\frac{\lambda_1}{\lambda_0}\left[G_1(\xi) + \lambda_1 G_1(\lambda_0 \xi + 2\mu h)\right].$$

Тогда, продолжая процесс итерации, получим рекуррентную формулу вида

$$f_4'(\xi) = -\frac{\lambda_1}{\lambda_0}\left[G_1(\xi) + \sum_{n=1}^{\infty} \lambda_1^n G\left(\lambda_0^n \xi + 2\mu h \frac{(\lambda_0^n - 1)}{(\lambda_0 - 1)}\right)\right]. \qquad (6)$$

Исследование показало, что $\lambda_1 << 1,\ \lambda_0 < 1$ и $G_1(\xi)$ монотонно убывающая функция.

Следовательно, по признаку Даламбера ряд (6) абсолютно сходится, и можно установить радиус его сходимости. Тогда решение задачи с учетом (6) примет вид [2-5]

$$P(\xi,\eta) = -\rho_0 D \Psi_{28}(\xi,\eta), \qquad (7)$$

$$\vartheta(\xi,\eta) = -\mu \Psi_{29}(\xi,\eta). \qquad (8)$$

где

$$\Psi_{28}(\xi,\eta) = \left\{\begin{array}{l} G_1(\xi - \mu\eta + 2\mu h) - \dfrac{\lambda_1}{\lambda_0} G_1(\xi + \mu\eta) + \\ + \displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \lambda_1^n G_1\left[\lambda_0^n(\xi - \mu\eta + 2\mu h) + 2\mu h \frac{(\lambda_0^n - 1)}{(\lambda_0 - 1)}\right] - \\ - \dfrac{\lambda_1}{\lambda_0} \displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \lambda_1^n G_1\left[\lambda_0^n(\xi + \mu\eta) + 2\mu h \frac{(\lambda_0^n - 1)}{(\lambda_0 - 1)}\right] \end{array}\right\},$$

$$\Psi_{29}(\xi,\eta)=\left\{\begin{array}{l} G_1(\xi-\mu\eta+2\mu h)-\frac{\lambda_1}{\lambda_0}G_1(\xi+\mu\eta)+ \\ +\sum_{n=1}^{\infty}\lambda_1^n G_1\left[\lambda_0^n(\xi-\mu\eta+2\mu h)+2\mu h\frac{(\lambda_9^n-1)}{(\lambda_0-1)}\right]+ \\ +\frac{\lambda_1}{\lambda_0}\sum_{n=1}^{\infty}\lambda_1^n G_1\left[\lambda_0^n(\xi+\mu\eta)+2\mu h\frac{(\lambda_0^n-1)}{(\lambda_0-1)}\right] \end{array}\right\}.$$

В этом случае нормальной напряжения $\sigma_{\eta\eta}$ упругой полуплоскости в областях a и b определяется формулами

$$\sigma_{\eta\eta}=\frac{\mu\left(\mu_2^2-1\right)\left(1+\frac{\lambda_1}{\lambda_0}\right)}{2D\mu_1\left(1+\frac{\mu_2^2-1}{2}\right)}\Psi_{30}(\xi,\eta)+\frac{2G\mu_2\mu\left(1+\frac{\lambda_1}{\lambda_0}\right)}{D\left(1+\frac{\mu_2^2-1}{2}\right)}\Psi_{31}(\xi,\eta), \quad (9)$$

при $\xi-\mu_2\eta\geq 0, \quad \eta\geq h.$

$$\sigma_{\eta\eta}=\frac{\mu\left(\mu_2^2-1\right)\left(1+\frac{\lambda_1}{\lambda_0}\right)}{2D\mu_1\left(1+\frac{\mu_2^2-1}{2}\right)}\Psi_{32}(\xi,\eta), \quad (10)$$

при $\xi-\mu_2\eta\geq 0, \quad \mu=h$,

$$\Psi_{30}(\xi,\eta)=\left\{\begin{array}{l} \left[\lambda\left(\mu_2^2+1\right)+2G\mu_1^2\right]G_1\left[\left(\xi-\mu_1^2\eta\right)+\left(\mu_1+\mu\right)h\right]+ \\ +\sum_{n=1}^{\infty}\lambda_0^n G_1\left[\lambda_0^n\left(\xi-\mu_1\eta+\left(\mu_1+\mu\right)h\right)+2\mu h\frac{(\lambda_0^n-1)}{(\lambda_0-1)}\right] \end{array}\right\},$$

$$\Psi_{31}(\xi,\eta)=\left\{\begin{array}{l} G_1\left[\left(\xi-\mu_2^2\eta\right)+\left(\mu_2+\mu\right)h\right]+ \\ +\sum_{n=1}^{\infty}\lambda_1^n G_1\left[\lambda_0^n\left(\left(\xi-\mu_2\eta\right)+\left(\mu_2+\mu\right)h\right)+2\mu h\frac{(\lambda_0^n-1)}{(\lambda_0-1)}\right] \end{array}\right\},$$

$$\Psi_{32}(\xi,\eta)=\left\{\begin{array}{l} \left[\lambda\left(\mu_1^2+1\right)+2G\mu_1^2\right]G_1\left[\left(\xi-\mu_1\eta\right)+\left(\mu_1+\mu\right)h\right]+ \\ +\sum_{n=1}^{\infty}\lambda_1^n G_1\left[\lambda_0^n\left(\xi-\mu_1\eta+\left(\mu_1+\mu\right)h\right)+2\mu h\frac{(\lambda_0^n-1)}{(\lambda_0-1)}\right] \end{array}\right\},.$$

Если $\lambda\to\infty, \quad G\to\infty,$ то $\lambda_1=-\lambda_0$, и из (2), (3) для случая слоя с абсолютно жестким основанием имеем

$$P(\xi,\eta)=-\rho_0 D\Psi_{33}(\xi,\eta), \quad (11)$$

$$\vartheta(\xi,\eta)=-\mu\Psi_{34}(\xi,\eta). \quad (12)$$

где

$$\Psi_{33}(\xi,\eta)=\left\{\begin{gathered} G_1(\xi-\mu\eta+2\mu h)-G_1(\xi-\mu_1\eta)+ \\ +\sum_{n=1}^{\infty}(-\lambda_0)^n G_1\left[\lambda_0^n(\xi-\mu\eta+2\mu h)+2\mu h\frac{(\lambda_0^n-1)}{(\lambda_0-1)}\right]+ \\ +\sum_{n=1}^{\infty}(-\lambda_0)^n G_1\left[\lambda_0^n(\xi+\mu\eta)+2\mu h\frac{(\lambda_0^n-1)}{(\lambda_0-1)}\right]+ \end{gathered}\right\},$$

$$\Psi_{34}(\xi,\eta)=\left\{\begin{gathered} G_1\left[(\xi-\mu\eta+2\mu h)-G_1(\xi+\mu\eta)\right]+ \\ +\sum_{n=1}^{\infty}(-\lambda_0)^n G_1\left[\lambda_0^n(\xi-\mu\eta+2\mu h)+2\mu h\frac{(\lambda_0^n-1)}{(\lambda_0-1)}\right]- \\ -\sum_{n=1}^{\infty}(-\lambda_0)^n G_1\left[\lambda_0^n(\xi+\mu\eta)+2\mu h\frac{(\lambda_0^n-1)}{(\lambda_0-1)}\right] \end{gathered}\right\},.$$

В дальнейшем на основе формулы (2) − (12) необходимо провести некоторые расчеты на ПК и проанализировать их.

Отметим, что вышеизложенная методика позволяет решить задачу о воздействии подвижной нагрузки на нелинейно − сжимаемую полосу, лежащей на упругом полупространстве.

Давление P своего максимального значения достигает при $\eta = h$ на линии AE является более или менее интенсивной. При затухание давления на глубине слоя происходит быстрее, чем при $\gamma = 1$. Кроме того, с усилием жесткости основания происходит увеличение (уменьшение) величин давления (вертикальной составляющей скорости) на линии раздела сред. Изменение P и ϑ акустического слоя на $\eta = h$ происходит на линейному закону, и в данном случае, по сравнению с пластическим слоем, максимальные значения скорости ϑ и давления P получаются наибольшими. Однако наивысшее значение давление приобретает в случае акустического слоя, лежащего на жестком основании. Таким образом, учет деформативности основания снижает уровень давления, как на контактной поверхности, так и в слое. Также заметим, что при $\eta = h$ акустический слой на упругом основании получает наибольшую вертикальную скорость. На линии $\eta = \dfrac{2}{3}h$ параметры P и ϑ при $\gamma = 1$ приобретают сравнительно большие значения и в зависимости от ξ имеют затухающий характер.

Обсуждение результатов исследования, постановка и решение задачи разработка математической модели распространение волны в нелинейно − сжимаемой и необратимой разгрузкой полосе, лежащей на упругоподатливой основании.

В исследовании сделана постанока задач, разработка математической модели воздействия подвижной нагрузки на слой грунта конечной толщины, лежащей на горизонтальном упругоподатливой основании и разработка математической модели распространение волны в нелинейно − сжимаемой и необратимой разгрузкой полосе, лежащей на упругоподатливой основании.. Таким образом, точная трехмерная задача движения вязкоупругого слоя переменной толщины, лежащей на деформируемом пористом водонасыщенном грунте, сводится к решению интегро-дифференциальных уравнений движения в потенциалах Φ_0, Φ_1, Φ_2 и $\bar{\Psi}_0$, $\bar{\Psi}_1$, $\bar{\Psi}_2$, при граничных условиях, при сформулированных ограничениях и нулевых начальных условиях.

Рассматривается задача о распространении пластической волны в двухслойной среде с плоско параллельной границей раздела при воздействии интенсивной нагрузки спадающего профиля, перемещающейся вдоль ее верхней границы с постоянной сверх сейсмической скоростью D.

Двухслойная среда состоит из мягкого слоя грунта толщиной h с упругим деформируемым основанием. Грунт моделируется неупругой идеальной средой с линейной сжимаемостью и линейной необратимой разгрузкой. Следовательно, сопротивлением среды к сдвиговым усилиям пренебрегается. Согласно данной постановке исследовано влияние деформируемости основания и профиля нагрузки на распределение динамических параметров слоя и контактной поверхности. Пусть по верхней границе слоя с упругим основанием движется монотонно убывающая нормальная нагрузка со скоростью D, превосходящая скорость распространения волн не меняется, а материал слоя обладает таким свойством, что нагружении и разгрузке связь между давлением P и объемной деформацией ε линейна и необратима, угол наклона E_2 ветви разгрузки диаграммы $P \sim \varepsilon$ превышает угол наклона E_1 ветви нагружении, т.е. $E_1 < E_2$

По результатам исследования распространения волн в многослойном, в частности неоднородном, полупространстве с учетом необратимых процессов в рамках идеальной нелинейно-сжимаемой и линейно-упругой среды можно сделать следующие выводы:

Исследована задача о распространении пластической волны в двухслойной среде с плотностями ρ_1, ρ_2 для случая когда, диаграмма состояния $P = P(\varepsilon)$ первой среды (грунта) является ударной и при нагружении имеет вид $P(\varepsilon) = \alpha_1\varepsilon + \alpha_2\varepsilon^2$, а второй среды (черной породы скалы или прокладки) - упругой или жесткопластической. Задача решается аналитически как прямым, так и обратным методом с учетом волновых процессов во второй среде и без их учета. Анализ результатов, что при $\rho_1 > \rho_2$ учет упруго – пластических свойств второй среды (прокладки), моделируемой полупространством, приводит, в основном, к уменьшению максимальных значений напряжений (давления) на контакте двух сред. При $\rho_1 < \rho_2$ на контактной поверхности появляется концентрация напряжений и давление получает наибольшее значение в случае акустического слоя, лежащего на жестком основании. Качественная и количественная картина изменения величин давления и кинематических параметров зависит не только от жесткостных характеристик сред, но и от отношения их плотностей.

Грунт моделируется неупругой идеальной средой с линейной сжимаемостью и линейной необратимой разгрузкой. Следовательно, сопротивлением среды к сдвиговым усилиям пренебрегается. Согласно данной постановке исследовано влияние деформируемости основания и профиля нагрузки на распределение динамических параметров слоя и контактной поверхности. Сравниваются результаты числового расчета с результатами акустического слоя и слоя жестким основанием. Решение задачи построено в рядах, доказана их сходимость. Рассмотрена задача, когда по верхней границе слоя с основанием движется монотонно убывающая нормальная нагрузка со скоростью D, превосходящая скорость распространения волн не меняется, а материал слоя обладает таким свойством, что нагружении и разгрузке связь между давлением P и объемной деформацией ε линейна и необратима, угол наклона E_2 ветви разгрузки диаграммы $P \sim \varepsilon$ превышает угол наклона E_1 ветви нагружении, т.е. $E_1 < E_2$

Таким образом, выше проведенные исследования по изучению двумерного напряженно-деформированного состояния однородной, неоднородной и слоистой среды при интенсивном воздействии подвижной нагрузки на границу многослойного полупространства подтверждают необходимость и важность учета нелинейных, необратимых, волновых процессов.

Заключение

Построено математические модели распространение волны под воздействием подвижный нагрузки на нелинейно – сжимаемый и необратимой разгрузкой слой грунта, с основанием. Получены аналитическое решение задачи о распространении пластической волны в случае, когда зависимость между давлением и объемной деформацией при нагружении и разгрузке является линейной, но различной. На основе анализа результатов расчета показано, что если действующая на границе подвижная нагрузка имеет монотонно - убывающий профиль, то в области возмущения происходит разгрузка среды и косая волна сжатия получается волной нагрузки- разгрузки. Давление среды на фоне этой волны в зависимости от глубины спадает медленно, чем на свободной поверхности. В случае, когда зависимость между P и объемной деформацией ε при нагружении среды принимается нелинейной и ударной, что соответствует распространению в среде ударной волны, давление в области возмущения, по сравнению с линейным случаем, несколько завышается.

В качестве слоистой среды принимается мягкий слой грунта, моделируемый пластической полосой и упругое полупространства различных вариантах. В данной задаче упругим полупространством могут служить как горные породы, так упруго – податливые или жесткопластические элементы, используемые в инженерной практике в качестве защитного экрана для снижения уровня динамических нагрузок на различные подземные сооружения. В данной задаче основание пластического слоя является не жестким, а деформируемым. На основании серии расчетов показана целесообразность и эффективность использования вышеуказанных защитных экранов.

Грунт моделируется неупругой идеальной средой с линейной сжимаемостью и линейной необратимой разгрузкой. Следовательно, сопротивлением среды к сдвиговым усилиям пренебрегается. Согласно данной постановке исследовано влияние деформируемости основания и профиля нагрузки на распределение динамических параметров слоя и контактной поверхности. Сравниваются результаты числового расчета с результатами акустического слоя и слоя жестким основанием. Решение задачи построено в рядах, доказана их сходимость. Рассмотрена задача, когда по верхней границе слоя с основанием движется монотонно убывающая нормальная нагрузка со скоростью D, превосходящая скорость распространения волн не меняется, а материал слоя обладает таким свойством, что нагружении и разгрузке связь между давлением P и объемной деформацией ε линейна и необратима, угол наклона E_2 ветви разгрузки диаграммы $P \sim \varepsilon$ превышает угол наклона E_1 ветви нагружении, т.е. $E_1 < E_2$

Также решена задача воздействии подвижной нагрузки на мягкий слой грунта лежащего на полупространстве из более податливого пластического материала. Грунт и материал полупространства моделируется идеальными неупругими средствами. При этом грунт в процессе нагружения имеет ударную диаграмму $P \sim \varepsilon$, а диформирование полупространства подчиняется схеме Прандтля и плотность его материала $\rho_2 < \rho_1$ – плотность грунта. Эта задача обобщает задачу с учетом ударно-волновой процессов в пластической прокладке при воздействии подвижной нагрузки на границу двухслойной среды.

По результатам исследования распространения двумерных волн в многослойном, в частности неоднородном, полупространстве с учетом необратимых процессов в рамках идеальной нелинейно-сжимаемой и линейно-упругой среды можно сделать следующие выводы:

Исследована задача о распространении двумерной пластической волны в двухслойной среде с плотностями ρ_1, ρ_2 для случая когда, диаграмма состояния $P = P(\varepsilon)$ первой среды (грунта) является ударной и при нагружении имеет вид $P(\varepsilon) = \alpha_1\varepsilon + \alpha_2\varepsilon^2$, а второй среды (черной породы скалы или прокладки) - упругой или жесткопластической. Задача решается аналитически как прямым, так и обратным методом с учетом волновых процессов во второй среде и без их учета. Анализ результатов показывает, что при $\rho_1 > \rho_2$ учет упруго – пластических свойств второй среды (прокладки), моделируемой полупространством, приводит, в основном, к уменьшению максимальных значений напряжений (давления) на контакте двух сред. При $\rho_1 < \rho_2$ на контактной поверхности появляется концентрация напряжений и давление получает наибольшее значение в случае акустического слоя, лежащего на жестком основании. Качественная и количественная картина изменения величин давления и кинематических параметров зависит не только от жесткостных характеристик сред, но и от отношения их плотностей.

Таким образом, выше проведенные исследования по изучению двумерного напряженно-деформированного состояния однородной, неоднородной и слоистой среды при интенсивном воздействии подвижной нагрузки на границу многослойного полупространства подтверждают необходимость и важность учета нелинейных, необратимых процессов в среде.

Благодарности

Работа выполнена по программы Грантового финансирования КН МОН РК, РГП на ПХВ Институт информационных и вычислительных технологий КН МОН РК, НИР ИРН АРО9562377 по теме: «Разработка математических моделей распространения волн в деформируемых средах при динамических переменных нагрузках с учетом волны разгрузки».

Литература

[1] Рахматулин Х.А., Демьянов Ю.А. Прочность при интенсивных кратковременных нагрузках, Москва, Логос. 2009. 512.

[2] Айдосов А., Айдосов Г.А., Темирбеков Е.С., Тойбаев С. Н., Математическое моделирование распространения ударной нагрузки в сплошных деформируемых средах и взаимодействия двух деформируемых сред при динамических подвижных нагрузках. 2015. 208. ISBN 928-601-263-327-6.

[3] Айдосов А., Темирбеков Е.С., Теория удара. Учебное пособие, Алматы: АТУ, 2015. 64. ISBN 978-601-263-323-8.

[4] Айдосов А., Айдосов Г.А., Калимолдаев М.Н., Тойбаев С. Н., Математическое моделирование взаимодействия балки (пластин, плит, полос) с деформируемым основанием при динамических нагрузках, Монография. - Алматы, 2015. 208.

[5] Айдосов А.А., Айдосов Г.А., Тойбаев С.Н., Дюзбенбетов Б. Распространение двухмерной пластической волны в полуплоскости и отражение. «Актуальные проблемы механики и машиностроение»: материалы международные конференции, Алматы, 2005. 1. 55–59.

[6] Айдосов Г.А., Айдосов А.А., Тойбаев С.Н., Решение задачи о воздействии подвижной нагрузки на неоднородную полуплоскость. Труды международной конференции по распространению упругих и упругопластических волн, посвященной 100-летию со дня рождения Х.А. Рахматулина. Бишкек, 2009. 242-245.

[7] Айдосов А.А**.**, Айдосов Г.А. Тойбаев С.Н., Основные выводы моделирования распространения взрывных волн в многослойном неоднородном полупространстве. *Новости науки Казахстана Научно-технический сборник*. 2009. 2 (101). 56- 60.

[8] Aidosov A., Mamadaliev, N., Khakimov, U. Effect of a mobile load on a nonlinearly compressed strip with a rigid foundation (Article). *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*. 1986. 27(3). 441-445.

[9] Айдосов А.А. Айдосов Г.А., Тойбаев С.Н., Акимханова А. Напряженно-деформационное состояние трубопровода с деформируемом основании при воздействии подвижной напорной нагрузки Вестник КазАТК. Алматы, 2009. 3(58). 133–140.

[10] Айдосов А.А**.**, Айдосов Г.А., Тойбаев С.Н. Основные выводы моделирования распространения взрывных волн в многослойном неоднородном полупространстве. Новости науки Казахстана, Научно-технический сборник. 2009, Выпуск 2 (101), 56- 60.

[11] Li H., Dong Z., Ouyang Z., Liu B., Yuan W., Yin H. Experimental investigation on the deformability, ultrasonic wave propagation, and acoustic emission of rock salt under triaxial compression.

Applied Sciences. 2019. 9(4). 635.

[12] Ишмаматов М.Р., Авезов А.Х., Рузиев Т.Р., Болтаев З.И., Кульмуратов Н.Р. Распространение естественных волн на многослойном вязкоупругом цилиндрическом теле, содержащем поверхность ослабленного механического контакта. *Journal of Physics: Conference Series*. 2021. 1921(1). 012127. IOP Publishing.

[13] Петров И.Б., Муратов М.В., Сергеев Ф.И. Моделирование распространения упругих волн при разведочном бурении на острове искусственного льда. Прикладная математика и вычислительная механика для интеллектуальных приложений: Труды AMMAI. 2020. 217. 171.

[14] Kumar R., Vohra R., Gorla M. G. Variational principle and plane wave propagation in thermoelastic medium with double porosity under Lord-Shulman theory. *Journal of Solid Mechanics.* 2017. 9(2). 423-433.

[15] Ebrahimi F., Seyfi A., Dabbagh A. The effects of thermal loadings on wave propagation analysis of multi-scale hybrid composite beams. *Waves in Random and Complex Media*. 2021. 1-24.

[16] Stubblefield A. G., Spiegelman M., Creyts T. T. Solitary waves in power-law deformable conduits with laminar or turbulent fluid flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 2020, 886.

[17] Ebrahimi F., Dabbagh A. Wave propagation analysis of smart nanostructures.CRC Press, 2019.

[18] Liu T., Li X., Zheng Y., Luo Y., Guo Y., Cheng G., Zhang Z. Study on S-wave propagation through parallel rock joints under in situ stress. *Waves in Random and Complex Media*, 2020, 1-24.

[19] Ebrahimi F., Dabbagh A. Magnetic field effects on thermally affected propagation of acoustical waves in rotary double-nanobeam systems. *Waves in Random and Complex Media.* 2021. 31(1). 25-45.

[20] Kumar R., Sharma N., Lata P., Abo-Dahab S. M. Mathematical modelling of Stoneley wave in a transversely isotropic thermoelastic media. *Applications and Applied Mathematics.* 2017. 12(1).

[21] Li J., Slesarenko V., Galich P. I., Rudykh S. Oblique shear wave propagation in finitely deformed layered composites. *Mechanics Research Communications.* 2018. 87. 21-28.

[22] Ebrahimian H., Kohler M., Massari A., Asimaki D. Parametric estimation of dispersive viscoelastic layered media with application to structural health monitoring. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering.* 2018. 105. 204-223.

[23] Cheshmehkani S., Eskandari-Ghadi M. Passive control of 3D wave propagation with a functionally graded layer. *International Journal of Mechanical Sciences.* 2017. 123. 271-286.

[24] Козачка Э., Греловска Г. Теоретическая модель распространения акустической волны на мелководье. *Польские морские исследования*, 2017.

[25] Feng X., Zhang Q., Wang E., Ali M., Dong Z., Zhang G. 3D modeling of the influence of a splay fault on controlling the propagation of nonlinear stress waves induced by blast loading. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*. 2020. 138. 106335.

[26] Singh A. K., Rajput P., Chaki M. S. Analytical study of love wave propagation in functionally graded piezo-poroelastic media with electroded boundary and abruptly thickened imperfect interface. *Waves in Random and Complex Media.* 2020. 1-25.

[27] Li J., Slesarenko V., Rudykh S. Microscopic instabilities and elastic wave propagation in finitely deformed laminates with compressible hyperelastic phases. *European Journal of Mechanics-A/Solids.* 2019. 73. 126-136.

[28] Ai Z. Y., Ye Z. K., Yang J. J. Thermo-mechanical behaviour of multi-layered media based on the Lord-Shulman model.Computers and Geotechnics. 2021. 129. 103897.

[29] Stephan C. C., Schmidt H., Zülicke C., Matthias V. Oblique gravity wave propagation during sudden stratospheric warmings. *Journal of Geophysical Research: Atmospheres.* 2020. 125(1). e2019JD031528.

[30] Kumari N., Chattopadhyay A., Kumar S., Singh A. K. Propagation of SH-waves in two anisotropic layers bonded to an isotropic half-space under gravity. *Waves in Random and Complex Media*. 2017. 27(2). 195-212.

НЕГІЗІ БАР ТОПЫРАҚ ҚАБАТЫНА ЖЫЛЖЫМАЛЫ ЖҮКТЕМЕ ӘСЕРІНЕН ТОЛҚЫНДАРДЫҢ ТАРАЛУЫ

Айдосов Аллаярбек[1], Айдосов Ғалым Аллаярбекович[2] ,
Нарбаева Салтанат Муратбековна[3]
[1]*ҚР БҒМ ҒК "Ақпараттық және есептеу технологиялары институты" ШЖҚ РМК,Алматы қаласы, Қазақстан,* allayarbek@mail.ru
[2]*ҚазМұнайГаз Аймақ, Нұр-сұлтан қаласы, Қазақстан,* galym.aidossov@gmail.com

Распространение волн под воздействием подвижной нагрузки на слое грунта с основанием

Айдосов Аллаярбек, Айдосов Галым Аллаярбекович,
Нарбаева Салтанат Муратбековна

[3]*эл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы қаласы, Қазақстан,*
narbaevasalta777@gmail.com
[1]ORCID ID: https://orcid.org/0000-0003-2498-4035
[2]ORCID ID: https://orcid.org/0000-0001-6049-4346
[3]ORCID ID: https://orcid.org/0000-0001-5230-3781

Аңдатпа. Математикалық модельдерді әзірлеу мәселесі жұмсақ топырақ қабатындағы жылжымалы жүктеменің әсерінен негізі бар толқындардың таралуы қарастырылады.

Топырақ идеалды сызықты емес сығылатын және қайтымсыз түсіру ортасымен модельденеді, онда жүктеме кезінде және түсіру процесінде қысым мен көлемдік деформация арасындағы байланыс сызықтық және қайтымсыз болады.

Жүктеме қабаттың жоғарғы бетіне қолданылады және сейсмикалық жылдамдықпен қозғалады. Жылжымалы жүктеменің жұмсақ топырақ қабаты мен әртүрлі қалыңдықтағы және тығыздықтағы серпімді төсемнен тұратын екі қабатты ортаға әсері қарастырылады. Мәселені шешу кері және тікелей тәсілдермен аналитикалық түрде жасалады. Бұл тапсырмада медианалық жазықтық жоқ. Сондықтан белгілі бір жағдайларда қабаттың ортаңғы жазықтығына өтетін жазықтық нүктелерінің ығысуы және деформациясы қажетті шамалар ретінде қарастырылады. Деформацияланатын ортадағы толқындық процестерді зерттеуде немесе деформацияланатын негізмен қабаттың өзара әрекеттесу есептерін шешуде математикалық физика әдістері қолданылады.

Түйін сөздер: математикалық модельдер, таралу, пластикалық толқын, аналитикалық шешім, толқынның таралуы, идеалды сұйықтық, сызықтық сығылу, қайтымсыз кему. қозғалыс теңдеуі, үздіксіздік, ортаның жағдайы.

PROPAGATION OF WAVES UNDER THE INFLUENCE OF A MOVING LOAD ON A LAYER OF SOIL WITH A BASE

A. Aydosov[1], G. Aydosov[2], S. Narbayeva[3]

[1]*RSE REM "Institute of Information and Computational Technologies"CS MES RK. Almaty,*
allayarbek@mail.ru
[2]*KazMunayGas Aimak, Nur-Sultan,* galym.aidossov@gmail.com
[3]*Al-Farabi Kazakh National University,* narbaevasalta777@gmail.com
[1]ORCID ID: https://orcid.org/0000-0003-2498-4035
[2]ORCID ID: https://orcid.org/0000-0001-6049-4346
[3]ORCID ID: https://orcid.org/0000-0001-5230-3781

Abstract. The problem of developing mathematical models of wave propagation with a base under the influence of a moving load in a layer of soft soil is considered.

The soil is modeled by an ideal nonlinearly compressible and irreversible unloading medium, in which the relationship between pressure and volumetric deformation during loading and during unloading of the medium is linear and irreversible.

The load is applied to the upper surface of the layer and moves at a super seismic speed. The problem of the effect of a moving load on a two-layer medium consisting of a soft layer of soil and an elastic-yielding gasket with different thicknesses and densities is considered. The solution of the problem is constructed analytically in both inverse and direct ways. There is no median plane in the present problem. Therefore, the displacement and deformation of the points of the plane, which under certain conditions passes into the median plane of the layer, are considered as the desired values. Methods of mathematical physics are used in the study of wave processes in deformable media or in solving problems of interaction of a layer with a deformable base.

Keywords: mathematical models, propagation, plastic wave, analytical solution, wave front, ideal fluid, linear compressibility, irreversible unloading. equation of motion, continuity, state of the medium.